Изучение библиотеки NumPy.

Библиотека NumPy предназначена для работы с многомерными массивами чисел и часто используется при работе с другими библиотеками (в частности matplotlib, scikit, torch и многими другими).

Установка

Нужно запустить Anaconda prompt (через пуск-Anaconda3), там ввести команды:
`conda install numpy pillow scikit-image matplotlib -user`.

Если у вас не установлена Anaconda, то нужно из консоли запустить команду:
`pip install numpy pillow scikit-image matplotlib -user`

Замечания по вводу-выводу

Каждая программа должна начинаться со строк с импортированием NumPy и настройкой вывода:

```
import sys
import numpy as np
np.set_printoptions(precision=4, threshold=sys.maxsize, linewidth=sys.maxsize, suppress=True)
```

Если на вход в задаче даётся один или несколько numpy-массивов, то получать все данные необходимо из файла input.txt при помощи команды вида:

```
ar = eval(open('input.txt').read())
ar1, ar2 = eval(open('input.txt').read())
```

Во всех остальных случаях используйте стандартные способы чтения.

При выводе массивов всегда используйте функцию repr. Если правильный массив хранится в переменной x, то используйте для вывода команду

```
print(repr(x))
```

Все задачи должны быть решены без использования циклов. Читайте документацию, экспериментируйте.

Создание массива

```
import numpy as np

# 1-dimension array of zeroes
np.zeros(5)
# array([ 0., 0., 0., 0., 0.])

# 2-dimension array of zeroes
np.zeros((2, 3))
# array([[ 0., 0., 0.], [ 0., 0., 0.]])

# 3-dimension array of ones
np.ones((2, 3, 4))
# array([[[ 1., 1., 1., 1.],
# [ 1., 1., 1., 1.],
# [ 1., 1., 1., 1.]],
# [[ 1., 1., 1., 1.],
# [ 1., 1., 1., 1.],
# [ 1., 1., 1., 1.]]])

# array of zeroes with type
np.zeros(5, dtype=np.int)
# array([0, 0, 0, 0, 0])

# list-based array
np.array([2, 3, 1, 0])
# array([2, 3, 1, 0])

# 2d list-based array
np.array([[1, 2.0], [0, 0], (1+1j, 3.)])
# array([[ 1.+0.j, 2.+0.j],
# [ 0.+0.j, 0.+0.j],
# [ 1.+1.j, 3.+0.j]])
```

Арифметические прогрессии

```
# arithmetic progression
np.arange(10)
# array([0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])

# arithmetic progression with type
np.arange(2, 10, dtype=np.float)
# array([ 2., 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9.])

# non-int difference arithmetic progression
np.arange(2, 3, 0.1)
# array([ 2. , 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9])

# arithmetic progression of a given length
np.linspace(1., 4., 6)
# array([ 1. , 1.6, 2.2, 2.8, 3.4, 4. ])
```

Документация

- Оглавление документации: https://numpy.org/doc/stable/reference/index.html
- Полный список команд: https://numpy.org/doc/stable/genindex.html
- 4 главы на хабре: https://habr.com/ru/post/352678/

A. *Массив нулей*

На вход даётся число N. Выведите массив нулей из N строк и $2N$ столбцов.

Input	Output
3	array([[0., 0., 0., 0., 0., 0.], [0., 0., 0., 0., 0., 0.], [0., 0., 0., 0., 0., 0.]])

Метод reshape и обращение по индексам через запятую

```
x = np.arange(12).reshape(3, 4)
print(repr(x))
# array([[ 0, 1, 2, 3],
# [ 4, 5, 6, 7],
# [ 8, 9, 10, 11]])

print(x[1, 2])
# 6
```

B. *Числа в нулевой строке*

На вход даются числа N и M. Выведите массив размера $N \times M$, в котором в первой строчке (строка с нулевым индексом) расположены числа от 0 до $M - 1$, а остальные числа равны 0. Тип элементов массива должен быть `np.int8`.

Input	Output
3 5	array([[0, 1, 2, 3, 4], [0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0]], dtype=int8)

C. *Числа на диагонали*

На вход даётся число N. Выведите массив размера $N \times N$, в котором по диагонали расположены числа от 0 до $N - 1$. Тип элементов массива должен быть `np.int64`.

Input	Output
4	array([[0, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0], [0, 0, 2, 0], [0, 0, 0, 3]], dtype=int64)

Срезы

```
x = np.arange(12).reshape(3, 4)
# array([[ 0, 1, 2, 3],
# [ 4, 5, 6, 7],
# [ 8, 9, 10, 11]])

# each coordinate can be a slice -- (:, a:b, ::-1, a:b:c)
# row index=1
print(repr(x[1, :]))
# array([4, 5, 6, 7])

# column index=2
print(repr(x[:, 2]))
# array([ 2, 6, 10])

# row in reverse order
print(repr(x[0, ::-1]))
# array([3, 2, 1, 0])
```

D. *Сбитый прицел*

На вход даются числа N, R, C. Выведите массив размера $N \times N$, в котором в строке R и столбце C стоят 1, а остальные числа равны 0.

Тип элементов массива должен быть таким, чтобы во-первых, числа выводились как целые, без точек. А во-вторых, чтобы при выводе при помощи `repr` конкретный тип не указывался. В документации можно увидеть список возможных типов.

Input	Output
5 1 3	array([[0, 0, 0, 1, 0], [1, 1, 1, 1, 1], [0, 0, 0, 1, 0], [0, 0, 0, 1, 0], [0, 0, 0, 1, 0]])

E. *Почётные единицы*

На вход даётся число N. Выведите массив размера $N \times N$, в котором в строках с чётными индексами стоят 1, а в остальных — нули.

Input	Output
5	array([[1, 1, 1, 1, 1], [0, 0, 0, 0, 0], [1, 1, 1, 1, 1], [0, 0, 0, 0, 0], [1, 1, 1, 1, 1]])

F. *Решето*

На вход даются числа N, M, R, C. Выведите массив размера $N \times M$, в котором в каждой R-ой строчке и в каждом C-ом столбце стоят нули, а остальные элементы равны 1.

Input	Output
5 11 3 4	array([[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1], [0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1]])

G. *Шахматные единицы*

На вход даётся число N. Выведите массив размера $N \times N$, имеющий вид шахматной доски. В верхнем левом углу должна стоять единица.

Input	Output
5	array([[1, 0, 1, 0, 1], [0, 1, 0, 1, 0], [1, 0, 1, 0, 1], [0, 1, 0, 1, 0], [1, 0, 1, 0, 1]])

Использование списка индексов в срезах

```
x = np.arange(12).reshape(3, 4)
print(repr(x))
# array([[ 0, 1, 2, 3],
# [ 4, 5, 6, 7],
# [ 8, 9, 10, 11]])

# using list of indexes
print(repr(x[:, [1, 3]]))
# array([[ 1, 3],
# [ 5, 7],
# [ 9, 11]])

# all lists should be of the same length
print(repr(x[[0, 1], [1, 3]]))
# array([1, 7])

print(repr(x[np.arange(3), np.arange(3)]))
# array([ 0, 5, 10])
```

H. *Разлиновка*

На вход даётся число N. В следующей строке записано несколько целых неотрицательных чисел. Выведите массив размера $N \times N$, в котором в строках с перечисленными выше индексами стоят 1.

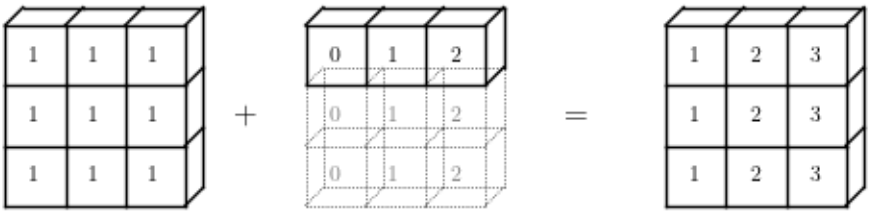
Input	Output
10 3 4 7 9	array([[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0], [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]])

Операции с массивами и векторами

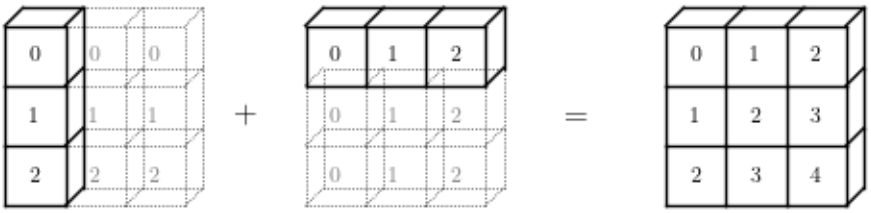
```
x = np.arange(12).reshape(2, 6)

# can add numbers to all array elements
print(repr(x + 10))
# array([[10, 11, 12, 13, 14, 15],
# [16, 17, 18, 19, 20, 21]])

# can multiply all elements by some number
print(repr(x * 3))
# array([[ 0, 3, 6, 9, 12, 15],
# [18, 21, 24, 27, 30, 33]])

# can add another array of the same shape
x = np.arange(6).reshape(2, 3)
y = np.arange(10, 16).reshape(2, 3)
print(repr(x + y))
# array([[10, 12, 14],
#        [16, 18, 20]])

# can add array with 1 row, then broadcasting along rows
print(repr(x + np.array([0, 10, 100, -10, -100, 0]))
# array([[ 0, 11, 102, -7, -96, 5],
# [ 6, 17, 108, -1, -90, 11]])

# can add array with 1 column, then broadcasting along columns
print(repr(x + np.array([[0], [-100]])))
# array([[ 0, 1, 2, 3, 4, 5],
# [-94, -93, -92, -91, -90, -89]])
print(repr(x + np.array([0, -100]).reshape((2, 1))))
# array([[ 0, 1, 2, 3, 4, 5],
# [-94, -93, -92, -91, -90, -89]])

# can apply functions to all array elements (including logical)
print(repr(np.sqrt(np.abs(x))))
array([[ 0. , 1. , 1.4142, 1.7321, 2. , 2.2361],
[ 2.4495, 2.6458, 2.8284, 3. , 3.1623, 3.3166]])
print(repr(x > 3))
# array([[False, False, False, False, True, True],
# [ True, True, True, True, True, True]], dtype=bool)
print(repr((x > 3) & (x < 8)))
# array([[False, False, False, False, True, True],
# [ True, True, False, False, False, False]], dtype=bool)
```

`np.arange(3) + 5`

`np.ones((3, 3)) + np.arange(3)`



`np.arange(3).reshape((3, 1)) + np.arange(3)`



Подробнее про broadcasting: статья в стандартной документации.

I. *Скалярное произведение*

На вход даются два массива векторов v_i и w_i. Вычислите их скалярные произведения (v_i, w_i).

Input	Output

`(np.array([[ 9, -3],`
`[ 2, -10],`
`[ 7, 8]]),`
`np.array([[-5, 2],`
`[ 7, -3],`
`[ 2, 1]]))`
	`array([-51, 44, 22])`

J. *Нормировка*

Дан массив действительных чисел. Сделайте его нормировку $X \to aX + b$ так, чтобы все числа лежали на отрезке $[0, 1]$ и значения 0 и 1 принимались. Гарантируется, что в массиве есть хотя бы два различных числа.

Input	Output

`np.array([[ 0., -8.],`
`[ 9., -4.],`
`[ 1., 4.]])`
	`array([[ 0.4706, 0. ],`
	`[ 1. , 0.2353],`
	`[ 0.5294, 0.7059]])`

K. *Основное тригонометрическое тождество*

Дан массив действительных чисел x_i длины N.

Выведите массивы: $\sin x_i, \cos x_i, \sin^2 x_i, \cos^2 x_i, \sin^2 x_i + \cos^2 x_i$.

Input
`np.array([ 5.6594, 14.8314, 11.1459, 5.9925, -9.2026])`

Output

`array([-0.5841, 0.7686, -0.9887, -0.2866, -0.2204])`
`array([ 0.8117, -0.6398, 0.1497, 0.9581, -0.9754])`
`array([ 0.3412, 0.5907, 0.9776, 0.0821, 0.0486])`
`array([ 0.6588, 0.4093, 0.0224, 0.9179, 0.9514])`
`array([ 1., 1., 1., 1., 1.])`

L. *Квадратные уравнения*

Даны три массива действительных чисел a_i, b_i, c_i длины N.

Выведите два массива размера N корней квадратных уравнений $a_i x^2 + b_i x + c_i$.

Гарантируется, что у каждого уравнения есть два корня. Сначала должны выводиться корни, в которых вычитается корень из дискриминанта.

Input	Output

`(np.array([-5, -1, 4, -2, 1]),`
`np.array([70, 8, -8, 24, -9]),`
`np.array([-225, 9, -192, -54, 14]))`
	`array([ 9., 9., -6., 9., 2.])`
	`array([ 5., -1., 8., 3., 7.])`

Использование массивов bool в срезах

```
x = np.arange(12).reshape(2, 6)
# instead of index's list can apply bool array of the same length: use or not to use
print(repr(x[np.array([True, False]), :]))
# array([[0, 1, 2, 3, 4, 5]])
print(repr(x[:, np.array([True, True, False, False, False, True])]))
# array([[ 0, 1, 5],
# [ 6, 7, 11]])

# can get these bool arrays automatically
x > 3
# array([[False, False, False, False, True, True],
# [ True, True, True, True, True, True]], dtype=bool)
print(repr(x[x > 3]))
# array([ 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11])

# using and, or, not and not forget about parenthesis
print(repr((x > 3) & (x < 8)))
# array([[False, False, False, False, True, True],
# [ True, True, False, False, False, False]], dtype=bool)
print(repr(x[(x > 3) & (x < 8)]))
# array([4, 5, 6, 7])
```

M. *Больше нуля*

Дан массив действительных чисел. Выведите массив его положительных элементов.

Input	Output
`np.array([-5, 1, 7, -8, -3, 9, -4, 6, -2, -9])`	`array([1, 7, 9, 6])`

N. *Поменять знак*

Дан массив действительных чисел. Поменяйте знак у элементов, значения которых между 3 и 8.

Input
`np.array([ -8, -6, -3, 8, -4, -10, -9, -7, -3, 6])`

Output
`array([ -8, -6, -3, -8, -4, -10, -9, -7, -3, -6])`

Максимумы и минимумы

```
x = np.random.randint(0, 10, 10)
print(repr(x))
# array([8, 2, 8, 3, 4, 8, 9, 9, 3, 1])
print(x.max(), x.min(), x.argmax(), x.argmin())
# 9 1 6 9

# if you have more than 1-dimension array then argmin and argmax
# returns linear index (first occurence, if many)
x = np.random.randint(0, 10, (2, 6))
print(repr(x))
# array([[1, 4, 9, 6, 6, 7],
# [9, 8, 9, 5, 2, 7]])
print(x.argmax())
# 2

# but it can be converted into coordinates
print(np.unravel_index(x.argmax(), x.shape))
# (0, 2)

# can find all coordinates based on sone rule
print(np.argwhere(x==x.max()))
# array([[0, 2],
# [1, 0],
# [1, 2]])
```

O. *Заменить все максимумы*

Дан массив действительных чисел. Замените все значения, равные максимальному, на -1.

Input
`np.array([4, 8, 7, 5, 1, 6, 1, 1, 8, 5])`

Output
`array([ 4, -1,  7,  5,  1,  6,  1,  1, -1,  5])`

P. *Ближайшее*

Дан массив действительных чисел и некоторое число. Найдите ближайшее по модулю к этому числу значение в массиве и его индекс.

В решении нужно обойтись без циклов.

Input	Output
`(np.array([ 0.91,  0.55,  0.87,  0.52,  0.34,  0.69,  0.74]), 0.5)`	`0.52` `3`

Q. *Построчный и постолбцовый максимум*

Дан прямоугольный массив действительных чисел.

Выведите массив максимальных значений в каждой строчке, а за ним массив максимальных значений в каждом столбце.

Input	Output
`np.array([[80, 85, 61],` `[57, 41, 22]])`	`array([85, 57])` `array([80, 85, 61])`

R. *Среднее, построчное и постолбцовое среднее*

Дан прямоугольный массив действительных чисел `X`.

Выведите три массива: массив X, у которого из каждого элемента вычли:

- среднее арифметическое всех чисел массива `X`
- среднее арифметическое всех чисел данной строчки массива `X`
- среднее арифметическое всех чисел данного столбца массива `X`

Input	Output

`np.array([[7, 3, 2],`
`[6, 8, 4]])`
	`array([[ 2., -2., -3.],`
	`[ 1.,  3., -1.]])`
	`array([[ 3., -1., -2.],`
	`[ 0.,  2., -2.]])`
	`array([[ 0.5, -2.5, -1. ],`
	`[-0.5,  2.5,  1. ]])`

Сортировка

```
a = np.array([[1, 4], [3, 1]])

# sorting (default -- by last axis=1), i.e. from left to right
print(repr(np.sort(a)))
# array([[1, 4],
# [1, 3]])

# sorting by axis=0, i.e. from top to bottom
print(repr(np.sort(a, axis=0)))
# array([[1, 1],
# [3, 4]])

print(repr(np.sort(a, axis=None))) # sorting of linearized array
# array([1, 1, 3, 4])

# different methods
x = np.array([3, 1, 2])
print(repr(np.argsort(x)))
# array([1, 2, 0], dtype=int64)

print(repr(x[np.argsort(x)]))
# array([1, 2, 3])

x = np.array([[3, 1, 2], [0, 1, 2], [10, 11, 12]])
print(repr(x))
# array([[ 3, 1, 2],
# [ 0, 1, 2],
# [10, 11, 12]])
print(repr(x[:, np.argsort(x[0, :])]))
# array([[ 1, 2, 3],
# [ 1, 2, 0],
# [11, 12, 10]])
print(repr(x[np.argsort(x[:, 0]), :]))
# array([[ 0, 1, 2],
# [ 3, 1, 2],
# [10, 11, 12]])
```

S. *Сортировка*

Дан линейный массив действительных чисел `X`. Отсортируйте его.

Input	Output
`np.array([1, 9, 2, 8, 3, 7])`	`array([1, 2, 3, 7, 8, 9])`

T. *argsort*

Дан линейный массив действительных чисел X. Выведите массив индексов, обладающих следующим свойством: в позиции i стоит индекс элемента массива X, который окажется i-ым, если массив отсортировать.

Input	Output
`np.array([1, 9, 2, 8, 3, 7])`	`array([0, 2, 4, 5, 3, 1])`

U. *argsort — 2*

Даны три линейных массива одинаковой длины. В первом массиве хранятся стоимости брусков, во втором — длины, а в третьем — массы. Отсортируйте массивы так, чтобы данные по брускам шли в порядке возрастания стоимости.

Input

`(np.array([1046, 1267, 1044, 1875, 1620, 1412]),`
`np.array([418, 477, 240, 290, 272, 211]),`
`np.array([ 3.5002,  1.3224,  1.2677,  3.9586,  1.0951,  1.144 ]))`

Output

`array([1044, 1046, 1267, 1412, 1620, 1875])`
`array([240, 418, 477, 211, 272, 290])`
`array([ 1.2677,  3.5002,  1.3224,  1.144 ,  1.0951,  3.9586])`

V. *Порядок индексов*

Даны числа W и H — ширина и высота картинки в пикселях.

Создайте подходящий массив, в котором можно хранить трёхцветную картинку данной ширины и высоты. При этом данные в памяти должны храниться так, чтобы сначала шли три цвета одного пикселя, затем цвета следующего пикселя в этой же строчке или первый пиксель из следующей строчки. Каждый элемент должен быть однобайтным беззнаковым целым числом (`np.uint8`).

Input	Output

3 3	`array([[[0, 0, 0],`
	`[0, 0, 0],`
	`[0, 0, 0]],`
	`[[0, 0, 0],`
	`[0, 0, 0],`
	`[0, 0, 0]],`
	`[[0, 0, 0],`
	`[0, 0, 0],`
	`[0, 0, 0]]], dtype=uint8)`

W. *Размер картинки*

В файле `input.png` сохранена картинка. Прочитайте её при помощи команды вида:

```
from skimage import io
img = io.imread('input.png')
```

Картинка может быть чёрно-белой (получится двумерный массив, где каждый элемент — число от 0 до 255) или цветной (трёхмерный массив, элементы двумерного массива представляют собой тройки чисел — интенсивности красного, зелёного и синего цветов соответственно).

Выведите её размеры: сначала ширину в пикселях, а затем высоту.

Input Output

30
60

30
60

Ссылки для скачивания: входной файл 1, входной файл 2.

X. *Зелёный слой*

Из файла `input.png` прочитайте цветную картинку. Запишите её зелёный слой в виде ч/б изображения, то есть двумерного массива и сохраните в файл `output.png`.

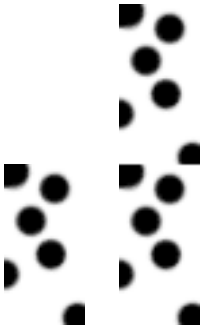
Input Output

Ссылки для скачивания: входной файл, выходной файл.

Y. *Состыковка — 1*

Из файла `input.png` прочитайте ч/б картинку. В файл `output.png` запишите картинку, полученную из двух таких картинок состыковкой «одна над другой».

Input Output

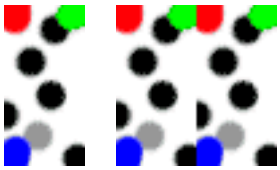


Ссылки для скачивания: входной файл, выходной файл.

Z. *Состыковка — 2*

Из файла `input.png` прочитайте ч/б картинку. В файл `output.png` запишите картинку, полученную из двух таких картинок состыковкой «плечо к плечу».

Input Output



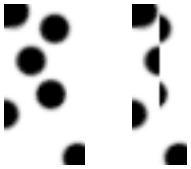
Ссылки для скачивания: входной файл, выходной файл.

ZA. *Удаление — 1*

Из файла `input.png` прочитайте ч/б картинку. В файл `output.png` запишите картинку, полученную из исходной удалением по центру вертикальной полосы шириной в 10 пикселей.

Гарантируется, что ширина картинки не меньше 12 пикселей.

Input Output



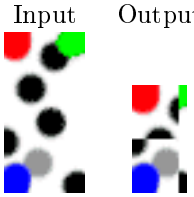
Ссылки для скачивания: входной файл, выходной файл.

ZB. *Удаление — 2*

Из файла `input.png` прочитайте цветную картинку. В файл `output.png` запишите картинку, полученную из исходной удалением по центру горизонтальной полосы высотой в 20 пикселей, затем удалением вертикальной полосы шириной в 10 пикселей от $\frac{3}{4}W - 5$ до $\frac{3}{4}W + 4$ включительно (W — ширина картинки).

Гарантируется, что высота картинки чётная и не меньше 22 пикселей, ширина не меньше 16 пикселей, а также то, что W делится на 4.

Input Output

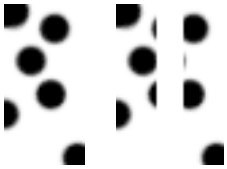


Ссылки для скачивания: входной файл, выходной файл.

ZC. *Вставка — 1*

Из файла `input.png` прочитайте ч/б картинку. В файл `output.png` запишите картинку, полученную из исходной вставкой по центру белой вертикальной полосы шириной в 10 пикселей.

Input Output

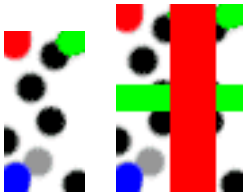


Ссылки для скачивания: входной файл, выходной файл.

ZD. *Вставка — 2*

Из файла `input.png` прочитайте цветную картинку. В файл `output.png` запишите картинку, полученную из исходной вставкой по центру зелёной горизонтальной полосы высотой в 10 пикселей, затем вставкой красной вертикальной полосы шириной в 17 пикселей так, чтобы пространство слева было в два раз шире пространства справа.

Input Output



Ссылки для скачивания: входной файл, выходной файл.